

Mesure du Temps et oscillateurs, amortissement

Thème : Comprendre. Lois et modèles.

Notions et contenus	Compétences exigibles
Mesure du temps et oscillateur, amortissement Travail d'une force. Force conservative ; énergie potentielle. Forces non conservatives : exemple des frottements. Energie mécanique. Etude énergétique des oscillations libres d'un système mécanique. Dissipation d'énergie. Définition du temps atomique.	<i>Pratiquer une démarche expérimentale pour mettre en évidence :</i> - les différents paramètres influençant la période d'un oscillateur mécanique ; - son amortissement. Etablir et exploiter les expressions du travail d'une force constante (force de pesanteur, force électrique dans le cas d'un champ uniforme). Etablir l'expression du travail d'une force de frottement d'intensité constante dans le cas d'une trajectoire rectiligne. Analyser les transferts énergétiques au cours d'un mouvement d'un point matériel. <i>Pratiquer une démarche expérimentale pour étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique d'un oscillateur.</i> Extraire et exploiter des informations sur l'influence des phénomènes dissipatifs sur la problématique de la mesure du temps et la définition de la seconde. Extraire et exploiter des informations pour justifier l'utilisation des horloges atomiques dans la mesure du temps.

I- Travail d'une force :

I-1- Notion de force et de travail :

Une force peut mettre en mouvement un objet, modifier son mouvement, le maintenir en équilibre ou le déformer.

Une force est caractérisée par sa direction, son sens, sa valeur et son point d'application (point où on considère que la force s'exerce).

En physique, le travail est une grandeur algébrique (qui peut donc être positive ou négative) qui permet d'évaluer l'effet d'une force sur l'énergie d'un objet en mouvement.

Le travail constitue un mode de transfert de l'énergie (la convection thermique, la conduction thermique et le rayonnement thermique sont d'autres).

Il s'exprime en joule (J).

I-2- Travail d'une force constante :

Etudions le cas d'une force constante $\vec{F}$ c'est-à-dire une force qui garde sa direction, son sens et sa valeur constants au cours du temps.

Le travail d'une force constante $\vec{F}$ dont le point d'application se déplace de A à B est égal au produit scalaire du vecteur force $\vec{F}$ par le vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$:

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha$$

$W_{AB}(\vec{F})$ s'exprime en joule (J)

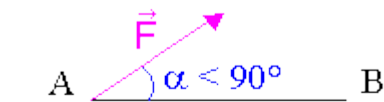
F : valeur de la force s'exprime en newton (N)

AB : déplacement s'exprime en mètre (m)

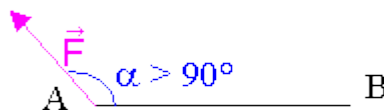
α : angle entre le vecteur force $\vec{F}$ et le vecteur déplacement $\vec{AB}$.

Le travail d'une force constante est indépendant du chemin suivi pour aller de A à B.

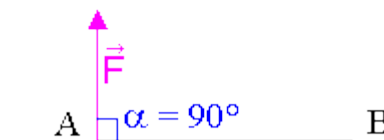
Le travail d'une force est différent selon l'angle entre les vecteurs force $\vec{F}$ et déplacement $\vec{AB}$:



$0 \leq \alpha < 90^\circ$: $W_{AB}(\vec{F}) > 0$, le travail est positif : il est moteur.



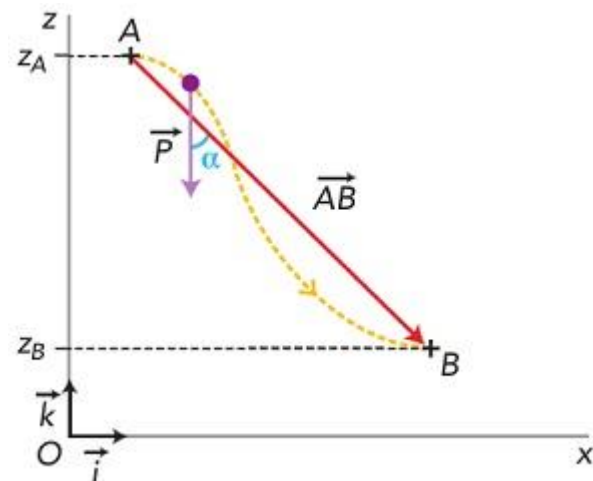
$90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$: $W_{AB}(\vec{F}) < 0$, le travail est négatif : il est résistant.



$\alpha = 90^\circ$: $W_{AB}(\vec{F}) = 0$, le travail est nul : la force ne travaille pas quand son point d'application se déplace dans une direction perpendiculaire à celle de la force.

I-3- Travail du poids dans un champ de pesanteur uniforme :

Dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ considéré comme uniforme, le poids d'un objet de masse m est une force constante : $\vec{P} = m \vec{g}$.



Le travail du poids d'un objet de masse m dont le centre de gravité se déplace d'un point A à un point B est : $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \times AB \times \cos \alpha = m \times g \times AB \times \cos \alpha$.

Exprimons $W_{AB}(\vec{P})$ en fonction des coordonnées de A et de B :

Première méthode :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \times AB \times \cos \alpha = m \times g \times AB \times \cos \alpha.$$

$$\text{Or, } \cos \alpha = (z_A - z_B) / AB \text{ donc } W_{AB}(\vec{P}) = m \times g \times AB \times (z_A - z_B) / AB = m \times g \times (z_A - z_B)$$

Deuxième méthode :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \times AB \times \cos \alpha = m \times g \times AB \times \cos \alpha.$$

Or, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ associé au référentiel terrestre, tel que $\vec{k}$ est vertical orienté vers le haut, les coordonnées des vecteurs sont : $\vec{g}$ (0 ; 0 ; -g) et $\vec{AB}$ ($x_B - x_A$; $y_B - y_A$; $z_B - z_A$).

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = 0 + 0 - m \times g \times (z_B - z_A) = m \times g \times (z_A - z_B)$$

On retrouve bien le même résultat par les deux méthodes.

Dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ considéré comme uniforme, le poids d'un objet de masse m est une force constante : $\vec{P} = m \vec{g}$.

Le travail du poids d'un objet de masse m dont le centre de gravité se déplace d'un point A à un point B est : $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \times AB \times \cos \alpha = m \times g \times AB \times \cos \alpha = m \times g \times (z_A - z_B)$

$W_{AB}(\vec{P})$: travail de la force $\vec{P}$ lors du déplacement de A à B, s'exprime en joule (J)

m : masse de l'objet, s'exprime en kilogramme (kg)

g : intensité de la pesanteur, s'exprime en newton par kilogramme ($N \cdot kg^{-1}$) ou mètre par seconde au carré ($m \cdot s^{-2}$)

$z_A - z_B$: différence d'altitude entre A et B repérées sur un axe (Oz) vertical et orienté vers le haut, s'exprime en mètre (m)

Remarque :

Si A est plus haut que B, l'objet descend, le travail du poids est moteur et on a bien $m \times g \times (z_A - z_B) > 0$.

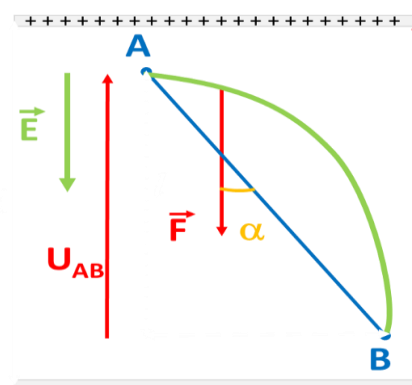
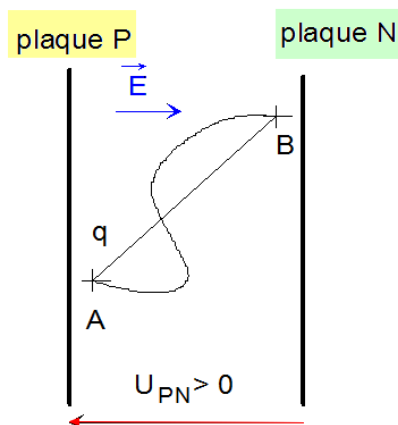
Si A est plus bas que B, l'objet monte, le travail du poids est résistant et on a bien $m \times g \times (z_A - z_B) < 0$.

Si A est à la même altitude que B, le travail du poids est nul et on a bien $m \times g \times (z_A - z_B) = 0$.

I-4- Travail d'une force électrique dans un champ électrique uniforme :

Dans un champ électrique $\vec{E}$ uniforme, la force électrique $\vec{F} = q \vec{E}$ qui s'exerce sur une particule de charge q assimilée à un point matériel est constante.

Le travail de la force électrique qui s'exerce sur la particule de charge q qui se déplace d'un point A à un point B est : $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = q \vec{E} \cdot \vec{AB} = q \times E \times AB \times \cos \alpha$.



Le champ électrique est dirigé dans le sens des potentiels décroissants.

V_P est le potentiel électrique de la plaque P (positive) et V_N est le potentiel électrique de la plaque N (négative), ils s'expriment en volt (V)

$U_{PN} = V_P - V_N$ est une tension électrique, elle s'exprime en volt (V).

$V_P > V_N$ donc $U_{PN} = V_P - V_N > 0$.

Le champ électrique est dirigé dans le sens des potentiels décroissants.

Une particule de charge positive se déplace dans le même sens que $\vec{E}$.

Une particule de charge négative se déplace dans le sens inverse de $\vec{E}$.

La valeur du champ électrique entre les deux armatures P et N dépend de la tension U_{PN} entre les armatures et de la distance d qui les sépare : $E = U_{PN} / d$.

E s'exprime en volt par mètre ($V.m^{-1}$).

Cette relation reste valable pour des points A et B qui appartiennent à l'espace situé entre les armatures : la distance à prendre en compte n'est pas AB mais $l = AB \times \cos\alpha$.

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = q \vec{E} \cdot \vec{AB} = q \times E \times AB \times \cos\alpha = q \times E \times l = q \times U_{AB}.$$

où $U_{AB} = E \times AB \times \cos\alpha$.

Une particule de charge q placée dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ est soumise à une force électrique $\vec{F}$.

Lorsque cette particule se déplace d'un point A à un point B, le travail de la force à laquelle elle est soumise est donnée par la relation : $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = q \vec{E} \cdot \vec{AB} = q \times E \times AB \times \cos\alpha = q \times E \times l = q \times U_{AB}$.

$W_{AB}(\vec{F})$: travail de la force $\vec{F}$ lors du déplacement de A à B, s'exprime en joule (J)

q : charge de la particule, s'exprime en coulomb (C)

U_{AB} : tension électrique entre les points A et B, s'exprime en volt (V)

I-5- Travail d'une force de frottement d'intensité constante dans le cas d'une trajectoire rectiligne :

Lors d'un mouvement rectiligne de longueur AB, le travail d'une force de frottement $\vec{f}$ d'intensité constante est donnée par la relation : $W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB}$

$W_{AB}(\vec{f})$: travail de la force $\vec{f}$ lors du déplacement de A à B, s'exprime en joule (J)

f s'exprime en newton (N)

AB s'exprime en mètre (m)

La force de frottement est généralement de même direction et de sens opposé au vecteur déplacement $\vec{AB}$: dans ce cas $W_{AB}(\vec{f}) = -f \times AB < 0$.

Si $W_{AB}(\vec{f}) < 0$ alors le travail de la force de frottement est résistant.

Dans le cas particulier où la force $\vec{f}$ est de même direction et de même sens que le vecteur déplacement $\vec{AB} = W_{AB}(\vec{f}) = f \times AB > 0$.

Si $W_{AB}(\vec{f}) > 0$ alors le travail de la force de frottement est moteur.

II- Comment s'effectuent les transferts énergétiques ?

II-1- Forces conservatives et énergie potentielle :

A toute force conservative, on associe une énergie appelée énergie potentielle. On définit ainsi une énergie potentielle de pesanteur, une énergie potentielle électrique, etc.

- Dans le cas de la force de pesanteur : $W_{AB}(\vec{P}) = m \times g \times (z_A - z_B) = m \times g \times z_A - m \times g \times z_B$

L'axe (Ox) est un axe vertical orienté vers le haut.

L'énergie de pesanteur d'un système de masse m , dont le centre de gravité est à l'altitude z par rapport à la référence des énergies potentielles de pesanteur, est définie par : $E_{pp} = m \times g \times z$.

A l'altitude choisie comme référence, c'est-à-dire à $z = 0$: $E_{pp} = 0$.

On peut exprimer le travail du poids d'un système se déplaçant d'un point A à un point B par :

$$W_{AB}(\overrightarrow{P}) = E_{ppA} - E_{ppB} = - (E_{ppB} - E_{ppA}) = - \Delta E_{pp}$$

ΔE_{pp} est la variation d'énergie potentielle de pesanteur entre le point de départ A et le point d'arrivée B.

Le travail du poids d'un système se déplaçant entre deux points est l'opposé de la variation de son énergie potentielle de pesanteur.

- Dans le cas de la force électrostatique $W_{AB}(\overrightarrow{F}) = q \times U_{AB}$. La tension électrique U_{AB} entre les points A et B est aussi appelée différence de potentiel et peut être exprimée sous la forme $U_{AB} = V_A - V_B$ où V_A est le potentiel électrique au point A et V_B est le potentiel électrique au point B.

$$\text{Ainsi, } W_{AB}(\overrightarrow{F}) = q \times U_{AB} = q \times (V_A - V_B) = q \times V_A - q \times V_B.$$

Par analogie avec la force de pesanteur, en choisissant convenablement une origine des potentiels, on peut définir l'énergie potentielle électrique d'une particule de charge q en un point de potentiel V par $E_{pé} = q \times V$ avec $E_{pé}$ en joule (J), q en coulomb (C) et V en volt (V).

$$\text{Ainsi, } W_{AB}(\overrightarrow{F}) = E_{péA} - E_{péB} = - (E_{péB} - E_{péA}) = - \Delta E_{pé}.$$

$\Delta E_{pé}$ est la variation d'énergie potentielle électrique entre le point de départ A et le point d'arrivée B.

Le travail de la force électrique exercée sur un système se déplaçant entre deux points est l'opposé de la variation de son énergie potentielle électrique entre ces deux points.

Généralisation :

La variation d'énergie potentielle d'un système se déplaçant d'un point A à un point B est égale à l'opposé du travail effectué par les forces conservatives de somme $\vec{F}$ qui s'exercent sur ce système : $\Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} = - W_{AB}(\overrightarrow{F})$.

II-2- Conservation de l'énergie mécanique :

Rappel :

L'énergie mécanique E_m d'un système est la somme de son énergie cinétique E_c et de son énergie potentielle E_p .

Lorsqu'un système est soumis à des forces conservatives et/ou à des forces non conservatives dont le travail est nul, son énergie mécanique E_m se conserve.

La variation d'énergie mécanique ΔE_m au cours du mouvement est donc nulle :

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \text{ donc } \Delta E_c = - \Delta E_p :$$

Lorsqu'il y a conservation de l'énergie mécanique, il y a transfert total de l'énergie cinétique en énergie potentielle ou inversement.

II-3- Non-conservation de l'énergie mécanique :

Lorsqu'un système est soumis à des forces conservatives et/ou à des forces non conservatives dont le travail n'est pas nul, son énergie mécanique E_m ne se conserve pas ; sa variation est égale au travail des forces non conservatives.

La variation d'énergie mécanique $\Delta E_m = W(\overrightarrow{f})$ où $\vec{f}$ est la résultante (vecteur somme) des forces non conservatives.

Lorsqu'il y a non-conservation de l'énergie mécanique, il y a transfert partiel de l'énergie potentielle en énergie cinétique ou inversement.

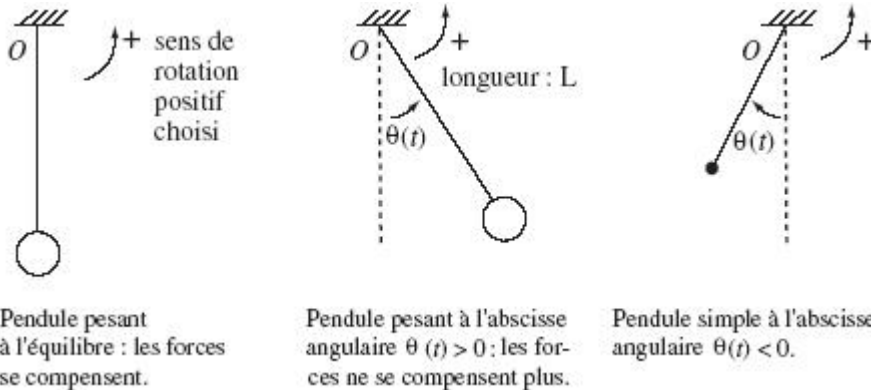
Si les frottements sont à l'origine d'une diminution de l'énergie mécanique, on les qualifie de dissipatifs.

III- Etude énergétique des oscillations libres d'un système mécanique :

Jusqu'au XXème siècle, pour mesurer le temps, on a utilisé des oscillations mécaniques (pendules, ressort).

Nous allons réaliser l'étude énergétique pour un système oscillant.

Nous prenons pour exemple un pendule formé d'un fil inextensible attaché en un point fixe O, à l'extrémité duquel est fixée une boule de petite dimension. La masse du fil est négligeable devant la masse m de la boule.



Pour cette étude, le pendule est éloigné de sa position d'équilibre puis lâché sans vitesse initiale. Les oscillations qu'il effectue alors sont appelées **oscillations libres**.

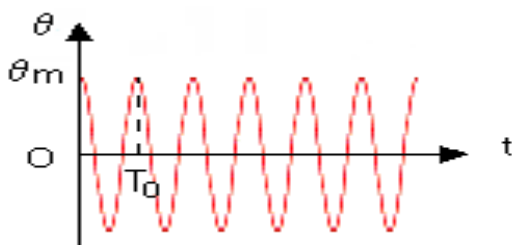
III-1- Oscillations libres du pendule :

L'enregistrement des oscillations libres du pendule montre que si les forces de frottement sont négligeables devant les autres forces, l'évolution du mouvement du pendule au cours du temps est périodique, sinusoïdale.

La période est la durée d'une oscillation (aller-retour).

L'abscisse angulaire est l'angle orienté $\theta(t) = (\vec{k}, \overrightarrow{OA})$ où $\vec{k}$ est le vecteur directeur unitaire de l'axe vertical passant par O et dirigé vers le bas.

L'amplitude $\theta_{\max}$ = valeur maximale de l'abscisse angulaire $\theta(t)$.



En l'absence de frottements, les oscillations libres de faible amplitude ($\theta_{\max} < 20^\circ$) ont une même période T qui ne dépend que de deux paramètres : la longueur l du pendule et la valeur g de l'intensité du champ de pesanteur à l'endroit où se déroule l'expérience :

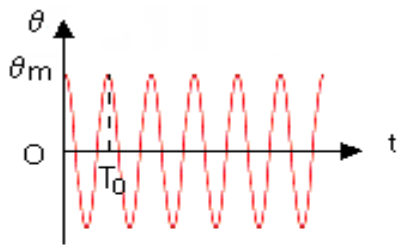
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

T s'exprime en seconde (s)

l s'exprime en mètre (m)

g s'exprime en m.s^{-2}

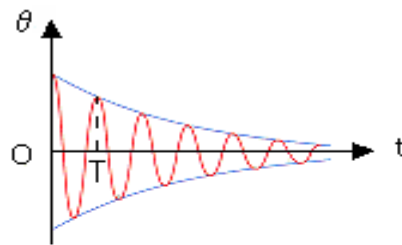
Lorsque le pendule est soumis à des forces de frottement, les oscillations sont amorties. Si l'amortissement est faible, le mouvement est oscillatoire mais la valeur de l'amplitude diminue au cours du temps, ce mouvement est dit pseudo-périodique.



Frottement nul
Mouvement **périodique**

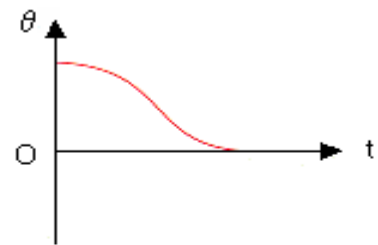
$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

(amplitude θ_m faible)



Frottement faible
Mouvement **pseudo périodique**

T voisin de T_0



Frottement important
Mouvement **apériodique**

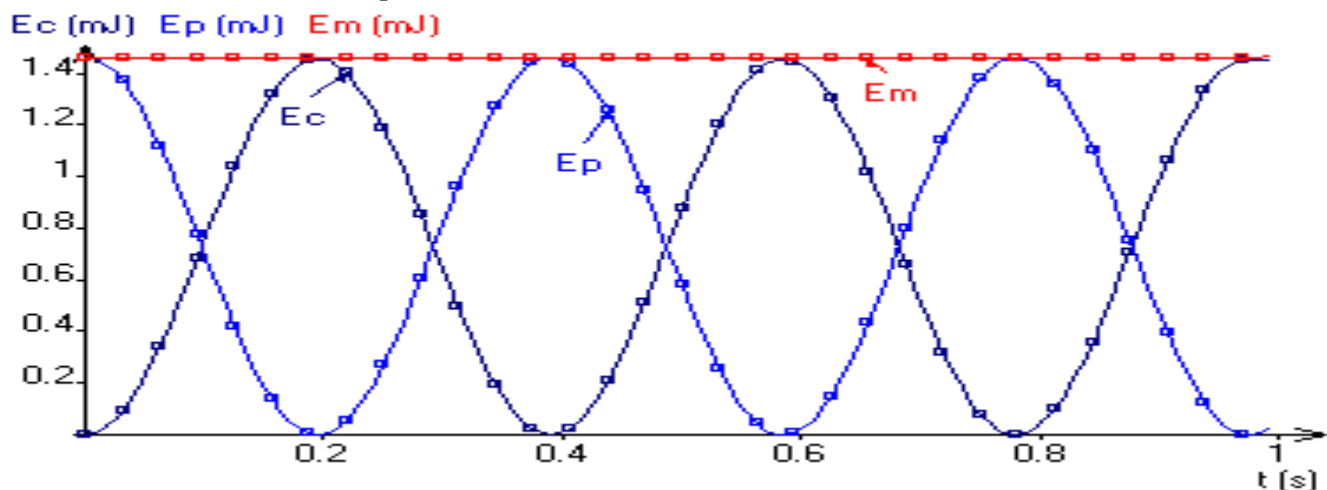
III-2- Transferts d'énergie au cours des oscillations :

Lors de ses oscillations libres, la boule du pendule est soumise à un ensemble de forces :

- le poids $\vec{P}$,
- La tension du fil $\vec{T}$,
- l'action de l'air $\vec{f}$.

La tension du fil n'intervient pas dans le bilan énergétique car son travail au cours des oscillations est nul car sa direction reste normale au déplacement.

III-2-a- Cas d'un système non soumis à des forces de frottement :



L'énergie potentielle de pesanteur a été prise nulle pour la position la plus basse de la boule du pendule, donc elle est toujours positive ou nulle. L'énergie cinétique est toujours positive ou nulle car $E_c = (1/2) m v^2$. Donc l'énergie mécanique est positive.

Au cours des oscillations du pendule, lorsque l'énergie cinétique est maximale, l'énergie potentielle est minimale et réciproquement : il y a conversion d'une forme d'énergie dans l'autre par l'intermédiaire du travail d'une force conservative : le poids.

L'énergie mécanique reste constante au cours des oscillations : elle se conserve.

Au cours des oscillations libres d'un pendule non soumis à des forces de frottement, l'énergie mécanique du système se conserve : il y a conversion d'énergie à l'intérieur du système entre les formes cinétiques et potentielle.

III-2-b- Cas d'un système soumis à des forces de frottement :

L'énergie potentielle de pesanteur a été prise nulle pour la position la plus basse de la boule du pendule, donc elle est toujours positive ou nulle. L'énergie cinétique est toujours positive ou nulle car $E_c = (1/2) m v^2$. Donc l'énergie mécanique est positive.

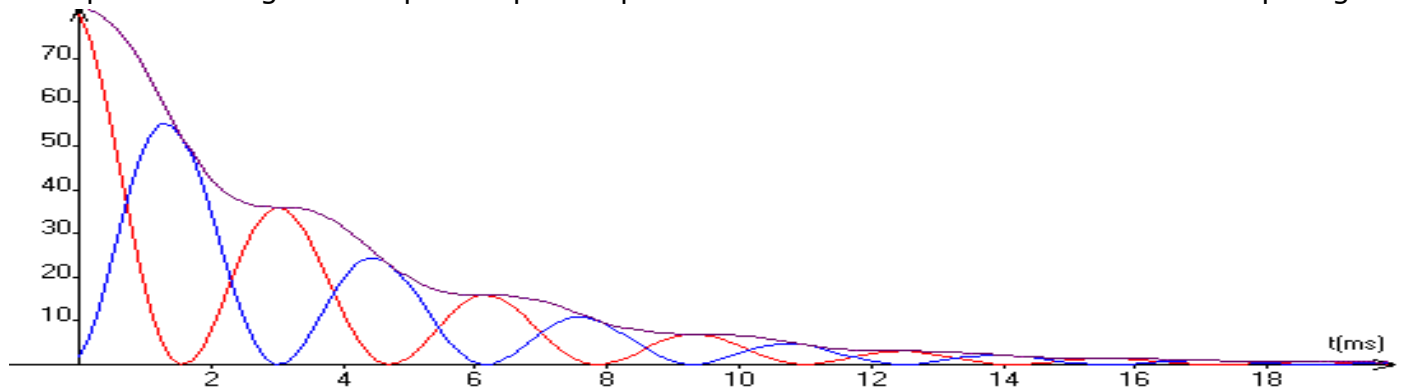
Lorsque le pendule est soumis à des frottements, l'amplitude de ses oscillations diminue au cours du temps et l'énergie mécanique du système diminue : il y a dissipation d'énergie par transfert thermique par l'intermédiaire de forces non conservatives : les forces de frottements. La diminution de l'énergie mécanique du système est égale au travail des forces de frottement :

$$\Delta E_m = W(\vec{f}) < 0$$

L'énergie mécanique du pendule soumis à des forces de frottement diminue progressivement. Elle est dissipée par transfert thermique.

La courbe violette correspond à l'énergie mécanique, la courbe bleue correspond à l'énergie cinétique et la courbe rouge correspond à l'énergie potentielle de pesanteur.

La courbe de l'énergie mécanique décroît rapidement quand la vitesse plus importante c'est-à-dire quand l'énergie cinétique est plus importante car les frottements avec l'air sont plus grands.



Dans les horloges mécaniques, les oscillations sont entretenues pour compenser le phénomène d'amortissement. Dans une horloge à balancier, la chute lente d'un « poids » permet de transférer à chaque oscillation de l'énergie à l'oscillateur. De temps en temps, il faut remonter le « poids ».

Dans certaines montres, on retend un ressort spiral.

IV- Le temps atomique :

Voir activité documentaire page 164.

La seconde a eu plusieurs définitions au cours du temps.

Jusqu'en 1967, les définitions de la seconde se sont appuyées sur des mouvements périodiques astronomiques. Ensuite, elles se sont appuyées sur des oscillations atomiques particulières. Mais les oscillateurs mécaniques n'ont jamais été utilisés comme étalon. En effet, même si la précision des horloges mécaniques à oscillateur (balancier, ressort spiral ou quartz) a été considérablement améliorée, ces horloges sont difficilement reproductibles à l'identique et elles présentent un défaut de justesse : la période des oscillations ne reste pas constante au cours du temps à cause de l'usure, de l'amortissement, les modifications de l'environnement (si la température s'élève la longueur du pendule augmente par dilatation), etc.

Ce n'est plus le cas des horloges atomiques.

Une horloge atomique au césium fonctionne comme une horloge à quartz, mais la fréquence du quartz est contrôlée et corrigée par un dispositif de régulation, piloté par la fréquence de la radiation correspondant à la transition entre deux sous-niveaux d'énergie particuliers de l'état fondamental de l'isotope 133 du césium. Contrairement aux oscillateurs mécaniques, une telle fréquence est immuable et universelle.

La précision et la stabilité des horloges atomiques sont telles que, depuis 1967, l'horloge atomique au césium est un étalon pour la mesure du temps et sert à la définition de la seconde.

Définition actuelle de la seconde (depuis 1967) :

La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.